



LEZIONE:

**“L’INTELLIGENZA NUMERICA: ABILITÀ COGNITIVE E
METACOGNITIVE IMPLICATE NELLA COSTRUZIONE DELLA
CONOSCENZA NUMERICA DAI 3 AI 6 ANNI”**

PROF.SSA DANIELA LUCANGELI

Indice

1 PRESENTAZIONE DEGLI OBIETTIVI E DEI CONTENUTI.....	3
2 IL DIBATTITO GENERALE: ABILITÀ COGNITIVE E COMPETENZE NUMERICHE.....	4
3 I PROCESSI COGNITIVI COINVOLTI NELLA COSTRUZIONE DELLA CONOSCENZA NUMERICA.....	16
BIBLIOGRAFIA.....	19



Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

1 Presentazione degli obiettivi e dei contenuti

Oggi la ricerca psicologica dimostra che nasciamo predisposti all'intelligenza numerica così come all'intelligenza verbale.

Se allora è fondamentale, dal punto di vista educativo, accompagnare lo sviluppo del linguaggio attraverso adeguata istruzione, è altrettanto necessario accompagnare lo sviluppo delle capacità di "intelligere" i fenomeni attraverso la quantità e i suoi principi.

La conquista della conoscenza numerica costituisce senza dubbio uno dei processi più affascinanti e complessi dello sviluppo infantile. Come giungono i bambini a riconoscere le quantità, a rappresentarle e a manipolarle attraverso un sistema simbolico complesso quale quello dei numeri?

Per introdurre i principi della letteratura alla base di questo progetto didattico è indispensabile prendere in esame alcuni risultati cruciali della ricerca psicologica, focalizzando l'attenzione in un primo momento sui termini generali del dibattito inerente al rapporto tra conoscenza numerica e le altre competenze cognitive e in un secondo momento approfondendo le ipotesi specifiche di sviluppo e acquisizione della conoscenza numerica (dai meccanismi preverbal di riconoscimento delle quantità all'uso competente del sistema numerico orale e scritto).

2 Il dibattito generale: abilità cognitive e competenze numeriche.

Per quanto concerne il dibattito generale, che si concentra sulla relazione che intercorre tra la conoscenza numerica e le altre competenze cognitive, le prospettive piagetiane e neo-piagetiane rappresentano i principali modelli di riferimento teorico. Le ricerche contemporanee, invece, analizzano soprattutto l'interdipendenza cognitiva dei sistemi di elaborazione dei numeri e del linguaggio.

Spetta a Piaget, il merito di aver formulato le prime fondamentali teorie cognitive riguardo l'elaborazione del concetto di numero (Piaget, Szeminska, 1941), ipotizzando un rapporto inscindibile tra le strutture d'intelligenza generale e l'evoluzione di competenze numeriche nelle abilità di pensiero. In particolare Piaget ha ricondotto l'evoluzione delle strutture che presiedono la conoscenza numerica al passaggio dell'intelligenza dal livello del pensiero irreversibile e preoperatorio al livello del pensiero concreto reversibile e delle operazioni logiche. Piaget evidenzia come la capacità da parte del bambino di produrre la sequenza verbale dei numeri non sia indice di saper contare utilizzando il concetto di numero; i bambini, infatti, sono in grado di servirsi dei numeri senza comprenderne appieno il significato. In primo luogo occorre che essi si rendano conto che ogni parola-numero corrisponde ad un oggetto, e in secondo luogo che riconoscano la corrispondenza tra la sequenza numerica e la quantità dell'insieme considerato. Perché ciò possa avvenire, è necessario che il bambino giunga a padroneggiare proprio le operazioni logiche di classificazione e di seriazione.

L'influenza degli studi piagetiani al riguardo è stata particolarmente rilevante non soltanto nei confronti della ricerca psicopedagogica, ma anche della didattica della matematica (ci riferiamo soprattutto all'insiemistica).

Se, come abbiamo fin qui descritto, ancora molto complesso è il dibattito inerente al rapporto tra competenze cognitive generali e intelligenza numerica, altrettanto complesso è il dibattito inerente al rapporto tra abilità verbali e abilità numeriche. Diverse ricerche hanno messo in luce alcuni aspetti del delicato rapporto tra linguaggio e numeri. Come i suoni del linguaggio, anche le quantità sono esprimibili attraverso parole-numero che hanno, come ogni "segno linguistico", un rapporto convenzionale con il significato che sottintendono (ossia, nel caso dei numeri, la quantità). L'unica ragione per cui la quantità contenuta in un insieme di sette torte venga definita con il termine "sette" è infatti soltanto una ragione convenzionale.

D'altra parte, se è innegabile il rapporto tra quantità e nome della quantità (lessico), dati sperimentali, relativi alle abilità numeriche non verbali di neonati ed animali (come ratti o piccioni), hanno portato alla formulazione di ipotesi secondo cui l'elaborazione del numero possa essere ricondotta non solo ed esclusivamente ad operazioni di processazione linguistico/simbolica, ma anche

ad operazioni di quantificazione, cioè ad operazioni cognitive mediate dall'attivazione di una rappresentazione mentale della quantità numerica di tipo analogico, non verbale (Dehaene 1992). In particolare i processi di quantificazione non si basano tanto su competenze che dipendono da abilità di conteggio vero e proprio, quanto presuppongono altre capacità specifiche, quali il subitizing e la stima di grandezze.

Per spiegare di cosa si tratti, Gallistel e Gelman (1992) hanno usato come esempio una delle nostre esperienze più comuni di subitizing: a chiunque sarà capitato di riconoscere immediatamente la quantità di un insieme costituito da n elementi, senza ricorrere a veri e propri meccanismi di conteggio verbale. Tale processo di quantificazione è efficiente solo nei casi di insiemi formati da pochi elementi (4-6 nei soggetti adulti), ed è caratterizzato da risposte veloci ed accurate. Infatti, man mano che si accresce il numero di elementi dell'insieme, progressivamente aumenta il limite dell'imprecisione nella risposta (Kaufman, Loid, Reese & Volkmann, 1994). In particolare, sembra che per le numerosità più grandi, nel nostro sistema di elaborazione del numero entri in gioco un meccanismo parallelo a quello del subitizing, chiamato "stima" di grandezza, termine con cui si indica il processo di riconoscimento di quantità maggiori di 6-7 elementi. Tale meccanismo è però caratterizzato da minor precisione e accuratezza delle risposte stesse.

Diventa pertanto indispensabile comprendere, dal punto di vista evolutivo, le modalità attraverso cui si sviluppano e si articolano tali processi al fine di giungere ad una piena competenza nella comprensione di numeri e quantità.

Principali teorie sullo sviluppo della conoscenza numerica preverbale

La letteratura per quanto riguarda le ipotesi di sviluppo della conoscenza numerica si presenta particolarmente complessa e articolata, offrendo un panorama non lineare di modelli interpretativi. Pertanto, a rigore espositivo, è necessario introdurre le ricerche facendo riferimento a tre nuclei circoscritti di indagine:

- lo sviluppo della conoscenza numerica preverbale;
- lo sviluppo delle abilità di conteggio;
- lo sviluppo delle abilità di lettura e scrittura del numero.

2.1. Lo sviluppo della conoscenza numerica preverbale

L'interrogativo che ci ha guidato fin dall'inizio di questa breve introduzione allo sviluppo della conoscenza numerica può essere così sintetizzato: come compare e si sviluppa nel bambino la capacità di riconoscere le quantità relative ad eventi e fenomeni?

Numerose ricerche sperimentali hanno dimostrato che sia gli animali che i neonati sono in grado di discriminare tra differenti serie di elementi in base alla loro numerosità (si vedano Thomas, Chase, 1980; Washburn, Rumbaugh, 1991).

Per quanto concerne gli animali, Meck e Church (1983) hanno ad esempio verificato che i topi possono discriminare le quantità sulla base del numero di elementi in un insieme di stimoli o della durata della sequenza degli elementi. Anche gli scimpanzé, gli animali per eccellenza più simili all'uomo, sono in grado di compiere semplici operazioni di transcodifica dal sistema di notazione arabo a quello pittografico e sono capaci di individuare il numero arabo corrispondente ad una certa numerosità (Rumbaugh, Savane, Hegel, 1987).

Prendendo spunto dai risultati di questi studi, Gallistel e Gelman (1992) sono giunti ad ipotizzare che le basi stesse della competenza numerica umana si possano trovare nei meccanismi preverbali per il calcolo e nel ragionamento aritmetico che la specie umana condivide con altre specie animali.

Risalgono al 1977 le prime ricerche di Gelman che lo hanno portato a sperimentare come già bambini di due anni e mezzo siano capaci di compiere delle induzioni su piccoli insiemi formati da due o tre elementi e come inoltre siano in grado di discriminare disegni a seconda che rappresentino due o tre oggetti. Successivamente, Strass e Curtis (1981), utilizzando il paradigma sperimentale dell'abituazione, hanno dimostrato che bimbi di 10/12 mesi sono in grado di riconoscere la variazione di quantità ($n-1$ oppure $n+1$) di insiemi di 3 o 4 elementi. Le sperimentazioni condotte da Antell e Keating, (1983) hanno confermato come addirittura neonati da 1 a 12 giorni di vita riescano a differenziare insiemi di 2 e 3 elementi. In studi più recenti, Xu e Spelke (2000), sempre utilizzando la tecnica dell'abituazione, sono riusciti a rilevare che bambini di 5/6 mesi sono in grado di distinguere tra insiemi di 8 e di 16 elementi.

In sintesi, tutti questi riscontri sperimentali ci permettono di ipotizzare con una certa attendibilità l'esistenza di una competenza numerica non verbale mediata da una rappresentazione mentale della quantità.

2.2. Lo sviluppo delle abilità di conteggio

Come compare nel bambino la capacità di codificare le quantità attraverso il sistema verbale dei numeri e in che modo essa si sviluppa per permettere la piena competenza dei meccanismi implicati nella conta?

Questo è l'interrogativo alla base di tutte le ricerche che mirano a comprendere l'evoluzione delle abilità di conteggio.

Il delicato passaggio dalle competenze preverbalì alla capacità effettiva di contare richiede al bambino l'abilità di mettere in relazione i concetti-numero con le parole-numero, deducendo tra molti significati logicamente possibili il significato corretto delle parole-numero (Wynn, 1992, 1999). Tuttavia risulta particolarmente difficile acquisire il significato corretto delle parole-numero proprio perché tali parole non si riferiscono a significati univoci ma a proprietà di insiemi di elementi.

In particolare per quanto riguarda il passaggio dalle competenze preverbalì all'acquisizione delle parole-numero si riscontrano in letteratura due distinte posizioni teoriche: la teoria dei principi di conteggio e la teoria dei contesti diversi.

La teoria dei principi di conteggio è stata elaborata da Gelman e Gallistel (1978) e si fonda sulla convinzione che i bambini piccoli detengano un concetto innato di numero, concetto che evolve nell'acquisizione delle procedure di calcolo.

Questo passaggio avviene attraverso alcuni principi specifici:

- il principio della corrispondenza uno a uno, secondo il quale ad ogni elemento dell'insieme contato deve corrispondere una sola parola-numero;
- il principio dell'ordine stabile, il quale si riferisce alla capacità di ordinare le parole-numero secondo una sequenza fissa che riproduce gli elementi che devono essere contati;
- il principio della cardinalità, secondo cui l'ultima parola-numero usata in un conteggio rappresenta la numerosità degli elementi contati.

Le parole-numero che i bambini apprendono dal linguaggio vengono sistemate sulla loro lista innata di "etichette-numero mentali": uno, due, tre, ..., quindici, ..., cinquanta..., cento...

Si può per tanto affermare che la competenza numerica non verbale detiene un ruolo fondamentale nello sviluppo della competenza verbale in quanto fornisce la base dei principi impliciti che guidano l'acquisizione dell'abilità di conteggio verbale.

Infatti, secondo Gallistel e Gelman, è proprio la competenza innata di riconoscimento non verbale della quantità a innescare nei bambini quella spinta evolutiva indispensabile per giungere a

padroneggiare le competenze ben più complesse che sono alla base dei meccanismi di conteggio verbale.

Come abbiamo finora potuto riscontrare Gelman e Gallistel fondano la loro teoria inerente lo sviluppo delle abilità di conteggio sulla convinzione dell'esistenza di strutture innate della conoscenza. Anche Fuson (1991) conferma l'importanza delle competenze innate, tuttavia attribuisce pari valore alle competenze apprese, riconoscendo una costante interazione tra le due.

L'autrice, infatti, elabora una teoria definita "dei contesti diversi", secondo la quale i principi di conteggio e di calcolo, pur rispondendo a funzioni strutturali specifiche ed innate, sono gradualmente sviluppati dal bambino attraverso ripetuti esercizi e per imitazione (Fuson, Hall, 1983; Fuson, 1988).

Fuson, come Gelman e Gallistel, rileva la presenza dei principi della conta, di associazione uno a uno e di ordine stabile, ma perché questi principi possano essere utilizzati in modo corretto e competente, l'autrice attribuisce una notevole importanza a ripetuti momenti di apprendimento e questo quindi può richiedere anche molto tempo.

Altra variabile fondamentale che interviene nel processo di costruzione della conoscenza numerica è l'interazione con l'ambiente: il bambino forma la propria conoscenza del numero attraverso la relazione con l'ambiente. Sebbene infatti i semanti dei numeri siano sempre gli stessi, le situazioni in cui essi sono utilizzati possono essere le più svariate e pertanto si possono riscontrare differenze sostanziali nei significati e nell'uso dei numeri.

Al fine di chiarire tale complessità nell'uso e nel significato attribuito ai numeri è utile riportare alcune risposte fornite da bambini italiani ad alcune domande tratte dalle ricerche in questione:

"Cosa sono i numeri? A cosa servono i numeri, secondo te?" (Lucangeli, Tressoldi, 2002)

- M. (4 anni e 8 mesi): Scritte un po' diverse, non sono lunghe lunghe come le parole.
- L. (5 anni): Sono che ti servono quando hai i soldini o le bambole. Se ne hai di più o di meno delle tue amichette.
- T. (5 anni): Sono numeri scritti o detti a voce. O anche sulle dita, uno per uno, ci si conta.
- R. (5 anni e 2 mesi): I numeri sono fatti per dire uno due tre, e poi non sbagliare fino a dieci o fino a dove sai tu.
- S. (5 anni e 2 mesi): I numeri piccoli servono a contare, i numeri grandi a scrivere a scuola.
- D. (5 anni): I grandi ci fanno molte cose. Di più che i bambini. Infatti ci fanno anche la spesa.

Già questi pochi protocolli riportati ci dimostrano come i bambini siano in grado di individuare diversi aspetti implicati nel numero: aspetti lessicali (i numeri si scrivono, si dicono, ecc.), aspetti semantici relativi alle quantità che essi contraddistinguono e aspetti funzionali di calcolo e conteggio (i numeri servono a..).

Da un punto di vista evolutivo, secondo Fuson, l'integrazione di tali aspetti e dei diversi significati che i numeri acquistano nella serie numerica viene raggiunta quando il bambino in primo luogo riconosce che ogni parola-numero si riferisce al totale delle unità che la precedono (compresa se stessa) e, in secondo luogo, capisce che la posizione di qualsiasi unità nella serie numerica assume il valore "più uno" in relazione all'unità precedente e "meno uno" in relazione alla successiva.

In particolare Fuson descrive i tre concetti numerici, strettamente interrelati tra loro, che sono alla base dell'acquisizione della conta:

- a) la sequenza numerica;
- b) la corrispondenza uno a uno tra le parole numero e gli elementi contati;
- c) il valore cardinale dei numeri.

Nella fase di acquisizione della sequenza numerica il bambino è coinvolto nella differenziazione delle parole che indicano numeri e nell'apprendimento del loro ordine in sequenza. L'uso competente di questi concetti inizia all'età di 3/4 anni (spesso i bambini piccoli sono stimolati a ripetere una sequenza di numeri come fosse una filastrocca), con il progredire dell'età aumenta anche l'acquisizione, per intervalli, di parole numero (in un primo periodo la sequenza corretta è fino alla parola 10, poi 20, 70, 100 nei periodi successivi).

Il secondo aspetto relativo all'acquisizione della corrispondenza termine a termine tra parole-numero ed elementi di un insieme è spesso accompagnata da alcune tipologie caratteristiche di errori. I più frequenti sono gli errori "parola-indicazione", in cui il bambino indica un oggetto senza pronunciare la parola-numero, oppure indica pronunciando più parole numero, e gli errori "indicazione-oggetto" in cui il conteggio e l'indicazione sono coordinati, ma è quest'ultima ad essere imprecisa (il bambino mentre indica gli oggetti ne salta uno oppure ne indica uno più volte). Ci sono bambini che compiono entrambi gli errori: indicando più volte lo stesso oggetto senza pronunciare nessuna parola numero, oppure indicano genericamente l'insieme di oggetti pronunciando velocemente le parole-numero. Errori più generali sono invece quelli in cui il bambino, una volta terminata la conta, ricomincia ad indicare gli oggetti della collezione già contati. La presenza di queste diverse tipologie di errori è indice delle effettive difficoltà che i bambini possono incontrare nell'integrazione dell'indicazione e del conteggio vero e proprio.

Tuttavia, da un punto di vista educativo, molte sono le variabili che possono influenzare la produzione di una conta corretta: il grado di attenzione che il bambino dedica al compito, le caratteristiche stesse del compito, la disposizione degli oggetti da contare, ecc.

Infine, per quanto riguarda l'ultimo aspetto relativo alla cardinalità del numero, Fuson afferma che il bambino riconosce il valore cardinale delle parole-numero pronunciate intorno ai 4 anni; mentre prima di tale periodo è probabile che se gli viene chiesto di indicare il numero di oggetti in un insieme egli risponda con l'ultima parola della conta a cui è arrivato, senza comprendere che l'ultimo numerale contato si riferisce alla cardinalità dell'insieme stesso.

La Fuson, inoltre, individua cinque distinti livelli evolutivi per descrivere la costruzione e l'integrazione dei concetti numerici di sequenza, di conta e di valore cardinale. A tali livelli corrispondono specifiche strutture numeriche concettuali dei diversi significati delle parole-numero e della loro progressiva integrazione.

Per rendere più chiaro e comprensibile l'andamento graduale dell'evoluzione, ad ogni fase viene affiancato un esempio di risposte fornite da bambini italiani nell'indagine svolta da Lucangeli e Tressoldi (2002):

1) la sequenza di numeri è usata come stringa di parole

(i.e.: Luca 4 anni: uno, due, sette, quattro, cinque, tre, venti....);

2) si distinguono le parole-numero, ma l'intera sequenza è unidirezionale, in avanti, e viene prodotta a partire dall'uno

(i.e.: Alberto 4 anni e 6 mesi: uno, due, tre, quattro, cinque e poi non so bene bene.);

3) la sequenza è producibile a partire da un numero qualsiasi della serie stessa governata dalle relazioni numeriche di subito, prima, dopo, ecc.

(i.e.: Sara 5 anni: subito vicino a 5 c'è 6 e poi sette e otto e poi fino a venti te li dico tutti giusti.);

4) le parole-numero della sequenza sono trattate come entità distinte che non devono più ricorrere a elementi concreti di corrispondenza biunivoca

(i.e.: Lucia 5 anni e 3 mesi: quattro è più di tre. Cinque è di più di quattro.);

5) la sequenza è usata come catena bidirezionale, sulla quale ed attraverso la quale operare in distinti modi

(i.e.: Mattia 6 anni e 5 mesi: sette, otto, nove, dieci..... venti, diciannove, diciotto...).

Dalla teoria dei contesti diversi, prendono le mosse anche gli studi di Steffe, Cobb e von Glasersfeld (1988), i quali approfondiscono i cambiamenti qualitativi nei sistemi di conteggio nelle diverse età.

In particolare Steffe (1991) ritiene che il concetto di numero sia definibile come un prodotto della interiorizzazione e reinteriorizzazione dei concetti di oggetto e dell'abilità di conta.

Nelle loro ricerche gli autori identificano cinque livelli di sviluppo, caratterizzati da differenze qualitative sia nei tipi di conta usati dai bambini, sia nello sviluppo delle strutture concettuali relative alla conta stessa:

- a) *Stadio dello schema di conta percettivo*: il processo di conta percettivo si compone di tre capacità, quella di riconoscere una collezione percettiva, quella di produrre una serie numerica e infine di coordinarle insieme;
- b) *Stadio dello schema di conta figurativo*. In questo stadio il materiale percettivo non è più indispensabile al bambino. Vi è ancora però la ricerca di qualcosa che può essere contato, come i movimenti delle dita o l'enunciazione delle parole-numero. I tipi di conta coinvolti in questo stadio sono quelli degli items motori e verbali. I bambini sollevano uno a uno le dita in sintonia con le parole-numero enunciate e, non simultaneamente, come nello stadio precedente;
- c) *Stadio della serie iniziale dei numeri*. Il bambino comprende il valore astratto delle unità. La parola numero è considerata un'unità che include in se stessa l'attività del contare, la quale comprende tutte le unità che la precedono inclusa se stessa;
- d) *Stadio della serie dei numeri con relazioni implicite di inclusione*. Il bambino è capace di ricostruire i concetti di "unità di unità" e "unità composite". La parola-numero "cinque" comprende le parole da 1 a 5 e nello stesso tempo è compresa nella parola numero "nove". Quindi il concetto di unità comprende sia quello di "tutto" che di parte;
- e) *Stadio della serie dei numeri con relazioni esplicite di inclusione*. In questo stadio le unità si riferiscono ad un concetto di ripetibilità. La serie numerica è formata da unità equivalenti "iterate e incluse". Ad esempio il numero cinque può essere considerato sia una unità ripetuta cinque volte, sia una delle parole numero della conta (cfr. Lucangeli, Tressoldi, 2002).

Per completare questa panoramica sulle principali ipotesi inerenti allo sviluppo della conoscenza numerica, è necessario considerare almeno un'altra questione di fondo: saper contare verbalmente, implica anche saper riconoscere e usare in maniera competente "la lingua dei numeri" e i suoi sistemi simbolici?

2.3. Lo sviluppo della capacità di scrittura e di lettura dei numeri

Le ricerche presenti in letteratura che si sono occupate di approfondire la conoscenza su come compaia e si sviluppi la capacità di utilizzare il sistema simbolico dei numeri arabi, seguono due linee di indagine: una relativa allo sviluppo delle abilità di scrittura del numero, l'altra relativa allo sviluppo delle abilità di lettura.

Per quanto concerne il primo aspetto inerente allo sviluppo delle abilità di scrittura, diversi studi sperimentali hanno tentato di evidenziare l'evoluzione di tale competenza fin dalle prime fasi dell'apprendimento (Sastre, Moreno, 1976; Hughes, 1982, 1987; Pontecorvo, 1985; Sinclair, Mello, & Siegrist, 1988; Sinclair, De Zwarth, 1989; Bialystok, 1992; Agli, Martini, 1995). Queste ricerche affrontano il problema della notazione numerica nel bambino in età prescolare adottando per lo più un approccio costruttivista dello sviluppo cognitivo. Liverta Sempio (1997) ha evidenziato al ri-

guardo che sebbene sul piano empirico i risultati raggiunti da tali studi presentino ampie convergenze, sul piano teorico, a tali convergenze non ne corrispondano altrettante. Manca infatti una univoca teoria sullo sviluppo della competenza nel numero scritto, e sul rapporto tra acquisizione grafica e acquisizione concettuale del numero.

Tuttavia, sulla base degli studi sopra ricordati, si possono distinguere in linea generale tre tipi fondamentali di notazione numerica:

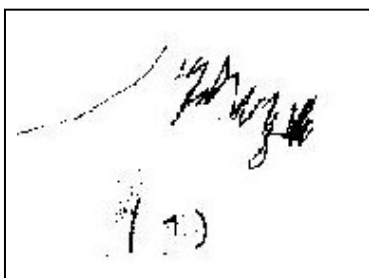
- notazione con grado informativo nullo per un osservatore esterno, ma portatore di significato personale per il bambino;
- notazione basata sulla corrispondenza biunivoca;
- notazione convenzionale.

Tali classi di notazione si caratterizzano anche per il tipo di formato grafico espressivo che tendono a privilegiare.

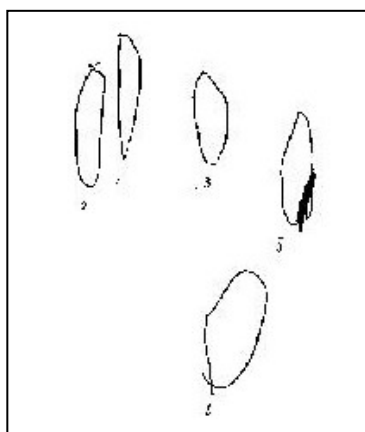
Gli studi di Hughes (1982, 1987) vanno ad integrare tale classificazione e sono particolarmente utili per illustrare la variabilità espressiva che l'autore esemplifica in quattro categorie di rappresentazione:

- *idiosincratica*, cioè priva di notazioni comprensibili;
- *pittografica*, che riproduce cioè figurativamente gli oggetti della collezione;
- *iconica*, formata cioè da segni grafici (ad esempio aste e simboli, posti in corrispondenza biunivoca con gli oggetti);
- *simbolica*, cioè costituita dai numeri arabi veri e propri.

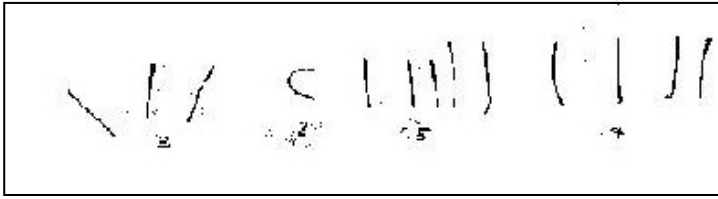
Nelle figure sotto sono riportati alcuni esempi per ciascuna delle tipologie di notazione descritte (Lucangeli e Girelli, 2001)



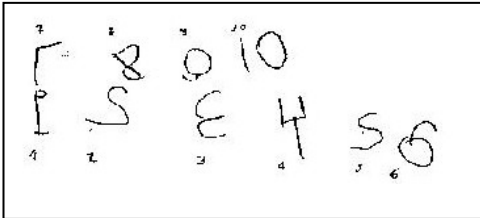
NULLA CONTINUA



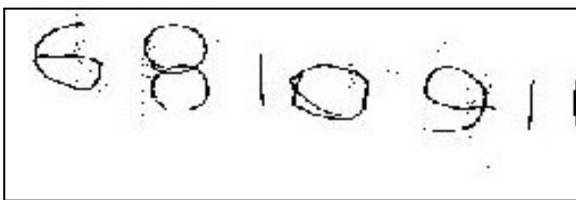
NULLA DISCRETA



CORRISPONDENZA
BIUNIVOCA



SIMBOLICA / NUMERALE ERRATA



NUMERALE CORRETTA

Da un punto di vista evolutivo, si è potuto osservare che i bambini di tre anni e mezzo e di quattro anni usano molti segni sia idiosincratici che pittografici, mentre dai quattro ai quattro anni e mezzo i bambini utilizzano in prevalenza segni iconici (simboli e lettere) e cominciano a usare simboli arabi. Questi ultimi sono usati con familiarità dai bambini di cinque anni, e a cinque anni e mezzo la maggior parte dei bambini usa il simbolo arabo corrispondente alla quantità esatta (entro il 9), anche se si riscontrano con una certa frequenza errori di scrittura quali la specularità e le rotazioni nell'uso degli arabi stessi.

Dopo aver sinteticamente analizzato lo sviluppo delle capacità di scrittura dei numeri arabi, per completare il quadro relativo all'evoluzione della capacità di utilizzazione del sistema simbolico, è indispensabile approfondire anche il complesso e articolato panorama dello sviluppo delle capacità di lettura dei numeri.

Senza entrare nello specifico dei meccanismi cognitivi di natura lessicale e sintattica alla base della lettura di numeri, diverse ricerche hanno messo in luce come nella codifica verbale di un numero ciascuna cifra, a seconda della sua posizione, assuma un "nome" diverso: compito dei meccanismi lessicali è selezionare adeguatamente questi nomi per riconoscere quello in esame.

I numeri primitivi appartengono a tre classi distinte, chiamate "ordini di grandezza" o "livelli":

- a) le unità;
- b) i "teens", che contengono la sottocategoria dei "dici" (11, 12, 13,...);
- c) le decine (21, 22....31,....41,...).

Ogni elemento è caratterizzato, oltre che dalla classe cui appartiene, dalla posizione occupata nella classe stessa. Per esempio: il cinque possiede la quinta posizione nel livello delle unità; il quindici, la quinta posizione in quello dei "teens", il quaranta la quarta posizione in quello delle decine.

Per quanto riguarda gli errori maggiormente commessi dai bambini nella lettura dei numeri, si possono distinguere:

- errori a livello di lessico numerico, quelli cioè relativi alla produzione delle singole cifre, ma che non coinvolgono il loro posto all'interno del numero.

Ad esempio: $4 / 7 \rightarrow$ leggo, o mi rappresento mentalmente, scrivo o dico ad alta voce "sette" invece di "quattro"

- errori di lettura a base sintattica, quelli cioè dovuti a difficoltà nel riconoscimento delle posizioni delle cifre all'interno del numero, legati pertanto alla sintassi interna del numero stesso.

Ad esempio: $574 \rightarrow$ "cinquesettequattro"

$20057 \rightarrow$ "duecentocinquantasette" (cfr. Lucangeli, 1999).

In sintesi, si tratta di tutti quegli errori di transcodificazione tra i diversi codici arabico-verbale e viceversa.

In letteratura esistono diverse ricerche che hanno tentato, anche se da differenti prospettive, di delineare le principali fasi evolutive, tuttavia non esiste un quadro univoco o generalizzabile (per una sintesi si veda Liverta Sempio, 1997).

L'ipotesi che detiene i maggiori consensi in questa prospettiva alquanto controversa è l'ipotesi di fondo secondo la quale il riconoscimento del numero scritto procederebbe per fasi successive e complementari, implicando un'interdipendenza tra la capacità di leggere i numeri e di riconoscerne il corrispondente semante quantitativo (Pontecorvo, 1985; Bialystock, 1992; Loudon, Hunter, 1999).

Possiamo comunque distinguere le due linee principali seguite dalle ricerche: l'una si riferisce allo studio dello sviluppo della capacità di riconoscere i numeri scritti, l'altra allo studio dello sviluppo della capacità di comprensione simbolica vera e propria.

Pontecorvo (1985), nei suoi lavori sperimentali relativi allo sviluppo della capacità di riconoscimento dei numeri scritti, ha messo in luce diverse fasi evolutive: l'identificazione errata, l'identificazione soltanto di alcuni numeri (i più semplici e noti), l'identificazione del numero corretto accompagnata dalla rappresentazione esatta della quantità corrispondente.

Lo sviluppo della comprensione simbolica è stato invece studiato in maniera sistematica da Bialystock (1992) secondo il quale la comprensione simbolica di numeri e lettere implica diverse tipologie di relazione: quelle tra sistemi orali e scritti e quelle tra tali sistemi e i semanti corrispondenti. La comprensione simbolica dei numeri dovrebbe perciò permettere di integrare le rappresentazioni dei numeri stessi in modo che al numero che si dice “tre” corrisponda la scrittura araba 3 e il suo semante quantitativo.

Secondo Bialystock, lo sviluppo di tale comprensione si articola in tre stadi:

- l'apprendimento delle notazioni orali dei numeri, dove i bambini sono in grado di recitare la sequenza appresa, ma non sono capaci di distinguere uno ad uno gli elementi sia nella scrittura che nel semante corrispondente;
- la rappresentazione formale in cui si integrano la capacità di riconoscere il nome verbale e la scrittura corrispondente al numero;
- la rappresentazione simbolica in cui la rappresentazione formale (nome e scrittura del numero) è integrata al riconoscimento della quantità corrispondente.

Pertanto, volendo ricostruire il filo conduttore delle diverse ricerche sullo sviluppo della capacità numerica, non si può prescindere dal comprendere la funzione centrale svolta dall'evoluzione dai meccanismi di riconoscimento preverbale delle quantità; solo quando tale evoluzione si è sviluppata ed integrata con gli apprendimenti relativi ai sistemi di conteggio, lettura e scrittura dei numeri elementari possono avere origine tutti i meccanismi di calcolo e manipolazione del sistema numerico.

3 I processi cognitivi coinvolti nella costruzione della conoscenza numerica

Le teorie esplicative relative al sistema del numero mettono in evidenza l'esistenza di processi cognitivi che sottostanno alla costruzione della conoscenza numerica. I processi principali sono i seguenti:

1. processi semantici
2. processi sintattici
3. meccanismi lessicali
4. counting

I processi semantici sono i cosiddetti meccanismi nobili del sistema del numero, in quanto implicano la capacità di comprenderne il significato. Qual è il significato del numero? La semantica del numero è rappresentata dalla quantità: i processi semantici sono infatti caratterizzati dalla capacità di riuscire a rappresentarsi la quantità simboleggiata dal segno grafico espresso in codice arabo. Tali processi consentono inoltre le operazioni di discriminazione di quantità e di ordinamento di grandezze con numeri arabi.

I processi sintattici organizzano le conoscenze semantiche. Nello specifico, tali processi riguardano le relazioni spaziali tra le cifre che compongono il numero. Sono i meccanismi che ci consentono di definire le decine, le unità, le centinaia, presenti in un numero. I processi sintattici ci consentono di individuare le decine, le unità ecc, ma è solo grazie alle conoscenze semantiche che siamo in grado di comprendere che 10 unità compongono una decina, e così via. I meccanismi sono quindi fra loro interconnessi.

Rispetto ai processi sintattici, possiamo dire che ci servono per regolare la grammatica del numero. La grammatica del numero è determinata dalla posizione che le cifre occupano all'interno del numero stesso, e tali cifre acquisiscono un certo valore proprio in base alla posizione occupata.

Pensiamo al numero 1. Il numero 1 acquisisce un valore diverso nel 10 e nel 231: cambia la sua posizione dentro al numero, cambia la quantità che rappresenta, cambia anche il suo nome. Non leggiamo nello stesso l'1 del DIEci e l'1 del due centotrentUNO. E l'1 del 10 rappresenta una quantità diversa da quella rappresentata dall'1 del 231. Possiamo notare che in queste operazioni mentali sono fortemente implicate delle abilità di tipo visuo-spaziale. E' doveroso notare, inoltre, come funzioni diversamente la grammatica linguistica dalla grammatica del numero. Se diciamo di

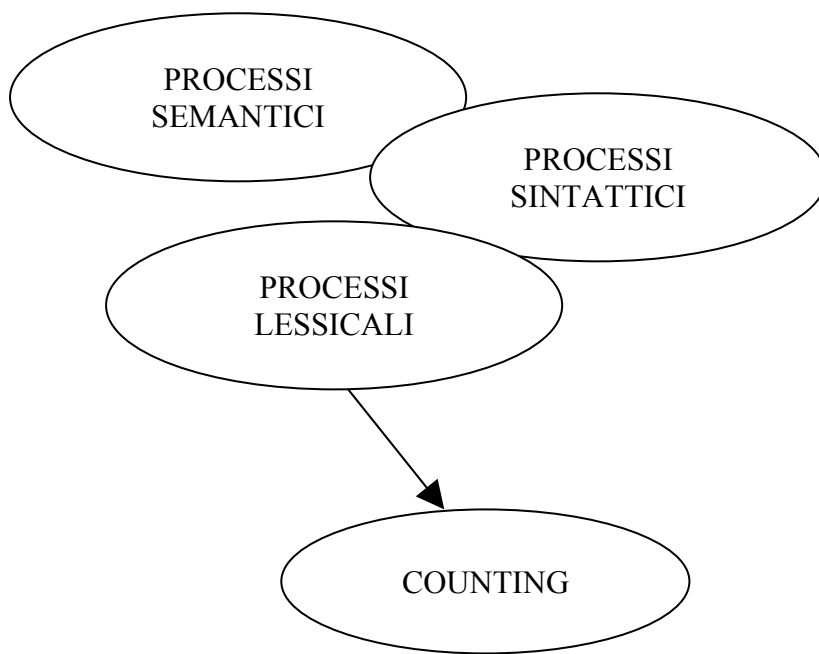
mettere nell'ordine le letterine U V A la parola che ne deriva è UVA; se chiediamo di mettere insieme le lettere A V U il risultato sarà AVU: anche se occupano posizioni diverse, le lettere si pronunciano comunque nello stesso modo.

Proviamo con i numeri. Se chiediamo di mettere insieme i numeri 1 2 3 il risultato è 123 e si pronuncia CENTOVENTITRÈ; se chiediamo ora di mettere insieme i numeri 2 3 1 ne risulterà un numero che si chiama DUECENTOTRENTUNO. Notiamo che i numeri, in base alla posizione che occupano, si pronunciano in maniera completamente diversa. Il dominio verbale ed il dominio numerico trovano un nuovo aspetto di differenziazione. Tale deduzione dovrebbe avere delle ricadute anche sulla modalità di insegnamento del mondo del numero: stiamo scoprendo che la modalità di insegnamento delle materie linguistiche non si addice minimamente al sistema del numero.

I meccanismi lessicali sono quelli che regolano il nome dei numeri, riguardano cioè la capacità di attribuire il nome ai numeri e si connotano per la capacità di saper leggere e scrivere i numeri. I bambini, anche molto piccoli, sono in grado di riferire che i numeri si possono leggere e si possono scrivere. Il codice arabo costituisce un sistema che, attraverso regole convenzionali, ci consente di simboleggiare le quantità, traducendole in segni grafici che si possono quindi leggere e scrivere attribuendo al numero le proprie caratteristiche lessicali.

Il counting riguarda la capacità di conteggio e si fonda sul principio della corrispondenza biunivoca che ci consente di differenziare l'enumerazione (dire i numeri in un determinato ordine) dal far corrispondere al numero un determinato elemento secondo una sequenza progressiva e ordinata. Il processo del counting poggia sull'incremento di quantità regolata dal $n+1$.

In sintesi, i bambini hanno bisogno della conoscenza numerica per imparare i più complessi meccanismi del calcolo, secondo un flusso di questo tipo:



Bibliografia

- Agli, F., Martini, A., (1995). Rappresentazione e notazione della quantità in età prescolare. *Età Evolutiva*, 51, 30-44.
- Antell, S., Keating, D.P., (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54, 695-710.
- Bialystok, E., (1992). Symbolic Representation of Letters and Numbers. *Cognitive Development*, 7, 301-16.
- Case, R. (2000) Un modello psicologico dello sviluppo del senso del numero. *Età Evolutiva*, 65, 5-17.
- Dehaene, S., (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.
- Fuson, K.C., (1988). *Children Counting and Concepts of Number*, Springer-Verlag, New York.
- Fuson, K.C., (1991). *Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans*. In J. Bideaud, C. Meljac, J.P. Fischer (Eds.), *Les chemins du nombre*, Presses Universitaires de Lille, Lille.
- Fuson, K.C., Hall, J.W., (1983). *The acquisition of early number word meaning: a conceptual analysis and review*. In H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*, Academic Press, New York.
- Gallistel, C.R., Gelman, R., (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44, 43-74.
- Gelman, R., (1977). *How young children reason about small numbers*. In N.J. Castellan, D.B., Pisoni, & G.R. Potts (Eds.), *Cognitive theory*, Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Gelman, G., Gallistel, C.R., (1978). *The child understanding of number*, Harvard University Press, Cambridge.
- Ginsburg, H.P., (1977). *Childrens Arithmetic: The Learning Processes*, Van Nostrand, New York.
- Hughes, M., (1982). Rappresentazione grafica spontanea del numero nei bambini. *Età Evolutiva*, 12, 5-10.
- Hughes, M., (1987). I bambini ed il numero. *Età Evolutiva*, 27, 62-66.
- Kaufman, E.L., Loid, M.W., Reese, T.W., Volkman, J., (1994). The discrimination of visual number, *American Journal of Psychology*, 62, 498-525.
- Liverta Sempio, O., (1997). *Il bambino e la costruzione del numero*, La Nuova Italia Scientifica, Roma.
- Lucangeli, D. *Il farsi e disfarsi del numero*, Borla, 1999.
- Lucangeli, D., Tressoldi, P., (2002), Lo sviluppo della conoscenza numerica: alle origini del 'Capire i Numeri'. *Giornali Italiano di Psicologia*, 4, 701-723.
- Mandler, G., Shebo, B.J., (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111, 1, 1-22.
- Markman, E. M., Sibert, J., (1976). Classes and collections: internal organization and resulting holistic properties. *Cognitive Psychology*, 8, 561-577.

- McGarrigle, J., Donaldson, M., (1968). Conservation accidents. *Cognition*, 3, 341-350.
- Meck, W.H., Church, R.M., (1983). A mode control model of counting and timing process. *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Process*, 9, 320-334.
- Mehler, J, Bever T.G., (1978). Cognitive Capacity of Very Young Children. *Science*, 158, 151-62.
- Piaget, J., Szeminska, A., (1941). *La genese du nombre chez l'enfant*, Delachaux & Niestle, Neuchatel-Paris, (trad. it., *La genesi del numero nel bambino*, La Nuova Italia, Firenze, 1968).
- Rumbaugh, D.M., Savage-Rumbaugh, S., Hegel, M.T., (1987). Summation in the chimpanzee (*Pan troglodytes*). *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Process*, 13, 107-115.
- Sastre, G., Moreno, M., (1976). Representation graphique de la quantité. *Bulletin de Psychologie*, 30, 1, 346-55.
- Siegal, M., (1991). *A clash of conversational worlds: interpreting cognitive development through communication*. In Resnick, L. B., Levine, J. M., Teasley, S. D., Perspectives on socially shared cognition, American Psychological Association, Washington, 23-40.
- Simon, T.J., (1997). Reconceptualizing the origins of number knowledge: A non-numerical account. *Cognitive Development*, 12,3, 349-372.
- Sinclair, A., Mello, D., Siegrist, F., (1988). *La notation numerique chez l'enfant*. In H. Sinclair (Ed.), *La production de notations chez le jeune enfant*, Presses Universitaire de France, Paris, 71-97.
- Sinclair, A., De Zwarth, H., (1989). *L'aquisizione della scrittura alfabetica e della notazione matematica*. In G. Stella, F. Nardocci, *Il bambino inventa la scrittura*, Franco Angeli, Milano, 85-101.
- Steffe, L., (1991). *Stades d'apprentissage dans la construction de la suite des nombres*. In J. Bideaud, C. Meljac, J.P. Fischer (Eds.), *Les chemis du nombre*, Presses Universitaires de Lille, Lille, 113-32.
- Steffe, L. P., Cobb, P., Von Glasersfeld, E., (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies*. Springer-Verlag, New York.
- Strauss, M.S., Curtis, L.E., (1981). Infant perception of numerosity. *Child Development*, 52, 1146-1152.
- Thomas, R.K., Chase, L., (1980). Relative numerosness judgments by squirrel monkeys. *Bulletin of the Psychonomic Society*, 16, 79-82.
- Vianello, R., Marin, M.L., (1997). *OLC Operazioni logiche e conservazione*, Ed. Junior, Bergamo.
- Washburn, D.A., Rumbaugh, D.M., (1991). Ordinal judgements of numerical symbols by macaques (*Macaca Mulatta*). *Psychological Science*, 2, 190-193.
- Wynn, K., (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology* 24, 220-251.
- Wynn, K., (1999). *Numerical competence in infants*. In Donlan Chris (Ed.), *The development of mathematical skills. Study in developmental psychology*, Hove, England Uk: Psychology Press, pp 3-25.

- Xu, F., Spelke, E.S. (2000) Large numbers discrimination in 6-month-old infants, *Cognition*, 74,1, B1-B11.